

УДК 338.363:330.4

ПОДХОДЫ К ФОРМИРОВАНИЮ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ПРЕДПРИЯТИЙ С ДИСКРЕТНЫМ МЕХАНОСБОРОЧНЫМ ТИПОМ ПРОИЗВОДСТВА¹

А. В. Панюков, д. физ.-мат. наук, проф., зав. кафедрой экономико-математических методов и статистики

В. А. Телегин, асп. кафедры экономико-математических методов и статистики

Южно-Уральский государственный университет, 454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 76

Электронный адрес: a_panyukov@mail.ru

Рассмотрены методы поиска оптимальной производственной программы предприятия с дискретным механосборочным типом производства. В частности, предложены агрегированная математическая модель и модель с учетом альтернативных технологических маршрутов и «узкого места». Также предложена методика определения объемно-календарных нормативов на новую продукцию на основе накопленной статистики по освоенным изделиям. Обозначены способы автоматизации процесса поиска оптимальной производственной программы на производственных предприятиях.

Ключевые слова: производственная программа; транспортная задача; распределительная задача; рабочий центр; структура производства; календарно-плановые нормативы.

Введение

Устойчивое финансовое состояние промышленного предприятия, действующего в рыночной экономике, может быть обеспечено при условии выпуска продукции, соответствующей динамично меняющемуся спросу потребителей. Обеспечить это соответствие можно только на основе эффективного планирования производственной программы (далее ПП). ПП - это комплексное задание по выпуску и реализации продукции определенного ассортимента и качества в натуральных и стоимостных показателях, ориентированных на достижение целей предприятия. Планирование ПП должно основываться на точных, своевременных и экономически обоснованных расчетах технико-экономических показателей работы предприятия [3, с. 173–177]. При проведении расчетов необходимы фундаментальные и прикладные исследования, а также применение эффективных информационных систем [2, с. 109–115; 1, с. 56–73]. Все это позволит предприятию хорошо ориентироваться в ходе и перспективах технико-экономического развития производства, иначе оно может безнадежно отстать от конкурентов и не соответствовать конъюнктуре рынка. ПП является основным разделом плана предприятия. Все другие разделы плана разрабатываются в соответствии

с ПП и направлены на обеспечение ее реализации в установленные сроки и при наименьших затратах [4, с. 10-14; 12, с. 503–507; 7, с. 955–970].

В данной статье подробно изложены математические методы и инструментальные средства поиска оптимальной производственной программы предприятия с дискретным механосборочным типом производства, анонсированные в более ранних работах авторов. В частности, предложены агрегированная математическая модель и модель с учетом альтернативных технологических маршрутов и «узкого места» [10, с. 158–163]. Также предложена методика определения объемно-календарных нормативов на новую продукцию на основе накопленной статистики по освоенным изделиям [7, с. 216–221; 8, с. 214]. Обозначены способы автоматизации процесса поиска оптимальной производственной программы на производственных предприятиях [11, с. 76–99, 515–519; 9, с. 102 – 109].

Факторы и критерии оптимальности ПП

Особое значение при разработке ПП и ее реализации имеет оптимизация структуры выпускаемой продукции. Выбор оптимальной ПП должен основываться в первую очередь на знании спроса на конкретные виды товаров и услуг. Спрос выступает ограничением, которое

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и правительства Челябинской области (гранты № 10-07-96002-р_урал_a и № 10-07-96003-р_урал_a)

определяется внешней средой и которое в обязательном порядке следует учитывать при разработке ПП. ПП должна соответствовать ресурсам предприятия, учитывать его объективные возможности. Внутренними ограничениями, учитываемыми при решении задач оптимизации ПП, обычно считаются [4, с. 10–14; 12, с. 503–517; 5, с. 955–970]:

- 1) производственные мощности;
- 2) финансовые ресурсы;
- 3) дефицитные материалы.

Основным ресурсом, определяющим возможности по выпуску продукции, является производственное оборудование. Поэтому важнейшим этапом разработки ПП предприятия является обоснование планируемых объемов выпуска продукции производственной мощностью.

При расчете ПП возникает задача оптимизационного характера. Задача оптимального планирования заключается в поиске такого варианта плана, который при использовании имеющихся ресурсов обеспечивает максимальный доход либо минимум затрат.

На практике выбирается один или несколько критериев, которые в наибольшей степени отвечают конкретным условиям и задачам производства. В случае использования нескольких критериев полученные оптимальные решения сравниваются и выбирается окончательный вариант ПП. Для определения оптимальной ПП применяются методы линейного программирования с использованием корпоративных информационных систем (КИС). В КИС хранятся данные, к ним должны применяться алгоритмы поиска оптимального плана [11, с. 515–519].

Основным критерием оптимальности, зависящим от объема производства, ассортимента продукции, является маржинальная прибыль. Можно выделить следующие показатели [4, с. 11; 5, с. 955–970]:

- 1) маржинальная прибыль на единицу продукции;
- 2) маржинальная прибыль на единицу общей трудоемкости продукции;
- 3) маржинальная прибыль на единицу трудоемкости узкого места в маршруте производства;
- 4) отношение маржинальной прибыли на единицу общей трудоемкости продукции к ее общей трудоемкости.

Пусть Pr – цена реализации продукции, C – себестоимость, тогда $MP = (Pr - C)$ есть «маржинальная прибыль на единицу продукции». TL – общая трудоемкость производства единицы продукции, тогда «маржинальная прибыль на единицу общей трудоемкости продукции» равна $MP/TL = (Pr - C)/TL$. Данный показатель описывает доходность работы основных рабочих при производстве соответствующей продукции.

Пусть LB – трудоемкость производства продукции на ограниченном ресурсе. Ограниченный ресурс есть «узкое место». Тогда «маржинальная прибыль на единицу трудоемкости обработки на «узком месте» будет такой: $MP/LB = (Pr - C)/LB$. Это методика оптимизации по «пропускной калькуляции». Она применяется в условиях ограниченной производительности отдельных производственных участков или оборудования. Основная цель построения пропускной калькуляции – определить, выпуск какой продукции позволит «провести» через узкое место в технологическом цикле наибольшую маржинальную прибыль. В качестве ограниченного ресурса могут выступать показатели производительности труда, времени работы производственного оборудования, пропускной способности отдельных цехов и т.д. ПП должна быть составлена таким образом, чтобы продукция, у которой отношение маржинальной прибыли к ограниченному ресурсу наибольшее, производилась в первую очередь.

Применение вышеописанных показателей для оптимизации ПП не всегда могут дать объективные результаты. Показатель MP/LB – «отношение маржинальной прибыли на единицу общей трудоемкости продукции к трудоемкости выпуска одного изделия» лучше отражает роль продукции в формировании маржинальной прибыли от реализации. Данный показатель будет таким: $MP/LB = (Pr - C)/LB$ [4, с. 12].

Регламент формирования оптимальной ПП

Для оценки эффективности использования производственных мощностей и управления ассортиментом выпускаемой продукции необходимо разработать регламент формирования ПП (рис. 1).

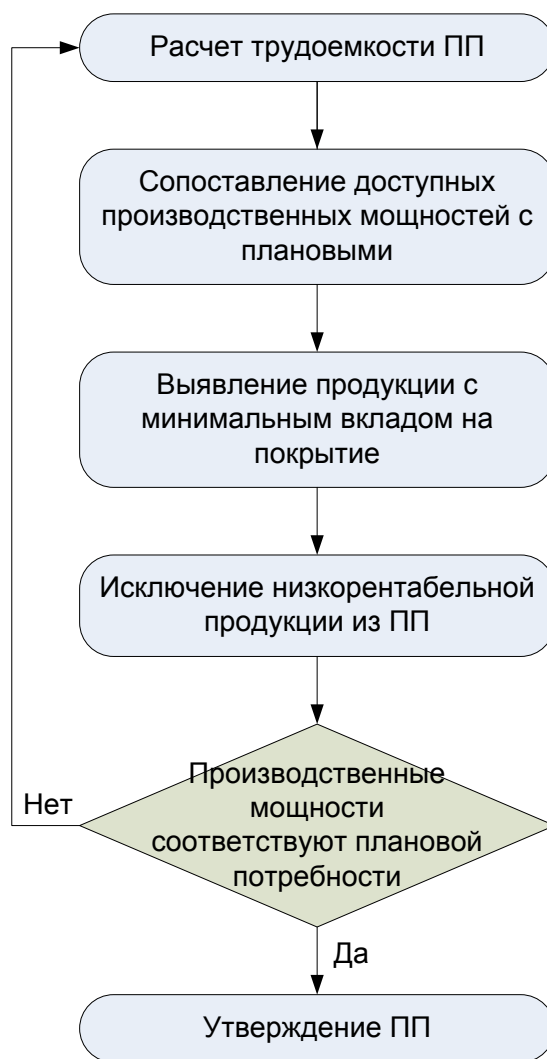


Рис. 1. Регламент формирования оптимальной ПП

Укрупненно можно выделить три основных этапа составления ПП:

- 1) оценка трудоемкости ПП и сопоставление с имеющимися ресурсами;
- 2) расчет маржинальной прибыли по видам продукции;
- 3) анализ маржинальной прибыли и трудоемкости.

Остановимся подробнее на перечисленных этапах формирования ПП.

Трудоемкость ПП рассчитывается на основании плана продаж на предстоящий планово-учетный период с учетом доступных складских остатков готовой продукции и минимальных страховых запасов. После того как спланировано количество изделий, которое предстоит произвести, выполняется пересчет ПП в единицы трудоемкости. Время, необходимое для выпуска изделия, рассчитывается на основании конструкторско-технологической информации.

Следующий шаг – сравнение плановой потребности в трудовых ресурсах и

максимально доступного фонда рабочего времени, который в том числе включает сверхурочные работы и выходные дни. Это позволяет оценить способность компании выполнить поставленный план.

ПП корректируется на основании такого показателя, как маржинальная прибыль. Другими словами, из ПП исключаются изделия с наименьшей маржинальной прибылью, приходящейся на одну единицу оценки трудоемкости. При исключении из ПП продукции можно применять все критерии, которые предложены выше.

Описание структуры производства

Предприятие с механосборочным типом производства состоит из цехов, участков, рабочих мест. Минимальной единицей является рабочее место (РМ) и бригада. РМ представляет собой объединения рабочего или оператора, станка или оборудования. На РМ выполняются элементарные операции обработки, осуществляется один передел продукции.

Участок – это объединение РМ, имеющих оборудование или станки одного типа, выполняющих схожие операции и имеющих одинаковую производительность.

Показателем, отражающим производительность и трудоемкость обработки изделия на РМ, является норма выработки за смену. Норма выработки – это количество изделий, которое может обработать РМ за смену. Она зависит от производительности оборудования, относящегося к РМ, и продолжительности смены. Норму выработки также имеет участок. Она равна норме выработки всех РМ данного участка.

Величина, обратная норме выработки, есть коэффициент трудоемкости обработки продукции на РМ. Коэффициент трудоемкости, умноженный на продолжительность смены в единицах оценки трудоемкости, есть показатель трудоемкости обработки изделия. Как правило, трудоемкость оценивается в нормомигутах или нормочасах.

В методологии оценки производственных мощностей они характеризуются такими элементами, как рабочие центры (РЦ). РЦ – это ресурсы, используемые в процессе производства. Под ресурсами в данном случае понимается оборудование, персонал, принимающие участие в изготовлении продукции. Участок и РМ в методах расчета выступают в роли РЦ.

РЦ характеризуются производительностью, фондом рабочего времени в период планирования. Эти показатели основываются на показателях: норма выработки, коэффициент трудоемкости, трудоемкость обработки изделия РМ или участков [3, с. 159-160].

Агрегированная задача оптимизации ПП

Для описанного выше регламента оптимизации ПП можно предложить математическую модель оптимизации ПП. Пусть $i=1,2,...,n$ – множество производимой продукции в ассортименте. Если на предприятии действуют фиксированные цены или все цены можно усреднить, то для каждой продукции в ассортименте можно рассчитать маржинальную прибыль на единицу выпуска. Одним из ограничений для ПП будет спрос на продукцию в ассортименте, т.е. горизонт планирования

$$x_i \leq d_i, i=1,2,...,n.$$

Еще одним ограничением будет пропускная способность производственных мощностей. Пусть $j=1,2,...,m$ – перечень РЦ, тогда λ_{ij} есть коэффициент или показатель трудоемкости обработки i -й продукции на j -м РЦ. Ограничением по РЦ будет количество рабочих смен в плановом периоде или фонд рабочего времени в единицах трудоемкости.

Математическую модель расчета оптимально ПП можно представить в виде

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i \rightarrow \max_i, \quad (1)$$

$$0 \leq x_i \leq d_i, i=1,2,...,n, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_{ij} x_i \leq b_j, j=1,2,...,m, \quad (3)$$

где x_i – объем выпущенной и реализованной i -й продукции, p_i – маржинальная прибыль от реализации i -й продукции, d_i – спрос на i -ю продукцию с учетом фактических и страховых складских остатков, λ_{ij} – коэффициент или показатель трудоемкости обработки i -й продукции на j -м РЦ, b_j – количество смен или фонд рабочего времени j -го РЦ в планово-учетном периоде.

Задача (1) – (3) представляет каноническую задачу линейного программирования с дополнительными интервальными ограничениями на переменные. Как правило, подобная задача имеет относительно небольшое число переменных n , относительно небольшое число ограничений $m+n$ и может быть решена с помощью универсальных коммерческих программ.

Как правило, на предприятиях действует ценовая дифференциация на продукцию для разных групп покупателей. Реализуется ценовая дифференциация за счет назначения цен не на отдельные изделия, а на заказываемые покупателями комплекты изделий. Пусть

$$\{x^k = (x_1^k, x_2^k, ..., x_n^k) : k=1,2,...,K\}$$

– множество заказываемых покупателями комплектов, $q_k, k=1,2,...,K$ –

маржинальная прибыль от реализации комплекта x^k , y_k – количество произведенных комплектов x^k . В этом случае математическую модель расчета оптимально ПП можно представить в виде

$$\sum_{k=1}^K q_k y_k \rightarrow \max_y \quad (4)$$

$$0 \leq y_k \leq \bar{y}_k, k=1,2,...,K, \quad (5)$$

$$\sum_{k=1}^K y_k \mu_{kj} \leq b_j, j=1,2,...,n, \quad (6)$$

где $\bar{y}_k$ – спрос на комплект $x^k = (x_1^k, x_2^k, ..., x_n^k), k=1,2,...,K$,

$$\mu_{kj} = \sum_{i=1}^n \lambda_{ij} x_i^k$$

– коэффициент или показатель трудоемкости производства комплекта

$x^k = (x_1^k, x_2^k, \dots, x_n^k), k = 1, 2, \dots, K$ на j -м РЦ.

Задача (4) – (6), как и задача (1) – (3), представляет каноническую задачу линейного программирования с дополнительными интервальными ограничениями на переменные. Заметим, что в задаче (4) – (6) количество переменных K и ограничений m могут оказаться выше критических значений для задач, эффективно решаемых с помощью коммерческих пакетов.

Недостатком моделей (1) – (3) и (4) – (6) является использование агрегированных переменных x_i и y_k , что требует дополнительно решения проблемы распределения работ по технологическим маршрутам. Учет распределения работ по технологическим маршрутам существенно увеличит размерность задачи (количество переменных моделей (1) – (3) и (4) – (6) станет равным nm и nK соответственно). Кроме того, дискретный тип производства требует наложения на переменные данных задач условия целочисленности. Это делает практически невозможным решение реальных задач с применением универсальных коммерческих программных средств.

Задачи (1) – (3) и (4) – (6) с учетом дискретности переменных относятся к классу многомерных задач о ранце. Данные задачи могут быть решены псевдополиномиальными алгоритмами динамического программирования. На практике часто используют различные модификации «жадного» алгоритма, который имеет полиномиальную сложность, что и является его основным достоинством. Главным же недостатком «жадного» алгоритма состоит в том, что он не всегда находит правильное решение. В этом смысле его можно отнести к классу приближенных алгоритмов.

Задача оптимизации ПП с учетом альтернативных маршрутов производства и «узкого места»

Рассмотрим ситуацию расчета ПП с учетом альтернативных маршрутов производства и «узкого места». Как правило, производственные мощности состоят из оборудования разного типа, разной производительности, но выполняющего схожие технологические операции. Одинаковое оборудование объединяется в участки. Таким образом, имеются альтернативные участки для выполнения схожих технологических операций. Поэтому выпускаемая продукция имеет несколько альтернативных технологических маршрутов производства. Пусть $i = 1, 2, \dots, m$, есть множество производимой продукции, $j = 1, 2, \dots, n$ есть множество альтернативных

маршрутов производства. Переменная x_{ij} есть выпуск i -й продукции по j -му технологическому маршруту.

Технологический маршрут – это последовательность участков, на которых данная продукция должна пройти обработку или сборку. Каждый маршрут характеризуется максимальной выработкой, себестоимостью производства единицы изделия по данному технологическому маршруту. В маршруте производства конкретной продукции есть участок с наименьшей суммарной нормой выработки всех его РМ. Он определяет максимальную норму выработки данного технологического процесса по данной продукции. Описанный участок является «узким местом» [3, с. 160]. Маршрут в расчетах выступает в роли РЦ. «Узкое место» определяет его производственные возможности. Пусть λ_{ij} , где $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, m$, есть коэффициент или показатель трудоемкости «узкого места», а следовательно, и технологического маршрута.

Целевая функция и ограничение по спросу зависят от номенклатуры реализуемой продукции и технологического маршрута, по которому была она произведена. Тогда математическую модель расчета оптимально ПП можно представить в виде

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_{ij} x_{ij} \rightarrow \max, \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = d_i, i = 1, 2, \dots, n, \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^m \lambda_{ij} x_{ij} \leq b_j, j = 1, 2, \dots, m, \quad (9)$$

$$x_{ij} \geq 0, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m, \quad (10)$$

где x_{ij} – объем выпущенной и реализованной i -й продукции по j -му альтернативному технологическому маршруту, p_{ij} – маржинальная прибыль от реализации i -й продукции, произведенной по j -му технологическому маршруту, d_i – спрос на i -ю продукцию с учетом фактических и страховых складских остатков, λ_{ij} – коэффициент или показатель трудоемкости обработки i -й продукции на «узком месте» j -го технологического маршрута, b_j – количество смен или фонд рабочего времени «узкого места» j -го технологического маршрута в планово-учетном периоде.

Данная задача относится к типу распределительных задач. При определенных условиях ее можно преобразовать к транспортному типу задач в матричной форме [6, с. 76-99].

Согласно условиям задачи «узким местом» являются участки в маршрутах

производства с наименьшей нормой выработки. На данных участках выполняются одинаковые технологические операции, поэтому норма выработки продукции определяется производительностью оборудования и сложностью изделия, которая определяется количеством элементарных операций обработки. Показатель λ_{ij} можно представить как произведение показателя относительной сложности обработки i -й продукции на производительность оборудования участка, входящего в j -й технологический маршрут. Т.е. $\lambda_{ij} = \alpha_i \beta_j$, $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, m$,

где α_i – относительная трудоемкость обработки i -й продукции, β_j – производительность «узкого места» j -го технологического маршрута.

Приведенные ниже преобразования определяют способ сведения распределительной задачи (9) – (12) к транспортной задаче в матричной постановке:

$$(\forall j=1, 2, \dots, m) \left(\sum_{i=1}^m \lambda_{ij} x_{ij} \leq b_j \Leftrightarrow \sum_{i=1}^m \alpha_i \beta_j x_{ij} \leq b_j \Leftrightarrow \sum_{i=1}^m \alpha_i x_{ij} \leq \frac{b_j}{\beta_j} \Leftrightarrow \sum_{i=1}^m y_{ij} \leq \frac{b_j}{\beta_j} \right),$$

где $y_{ij} = \alpha_i x_{ij}$, $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, m$ – планируемая трудоемкость работ по i -му изделию на j -м технологическом маршруте. Переходя в выражениях (9) и (10) к переменным $y_{ij} = \alpha_i x_{ij}$, $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, m$, получим

$$(\forall i = 1, 2, \dots, n) \left(\sum_{j=1}^m x_{ij} = d_i \Leftrightarrow \sum_{j=1}^m y_{ij} = d_i \alpha_i \right),$$

$$\left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m p_{ij} x_{ij} \rightarrow \max_x \right) \Leftrightarrow \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m p_{ij} \alpha_i y_{ij} \rightarrow \max_y \right).$$

Таким образом, распределительная задача (9) – (12) эквивалентна задаче

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m p_{ij} \alpha_i y_{ij} \rightarrow \max_y, \quad (11)$$

$$(\forall i = 1, 2, \dots, n) \left(\sum_{j=1}^m y_{ij} = d_i \alpha_i \right), \quad (12)$$

$$(\forall j = 1, 2, \dots, m) \left(\sum_{i=1}^m y_{ij} \leq \frac{b_j}{\beta_j} \right), \quad (13)$$

$$(\forall i = 1, 2, \dots, n, \forall j = 1, 2, \dots, m) (y_{ij} \geq 0). \quad (14)$$

Задача (13) – (16) известна как открытая транспортная задача в матричной постановке. Она имеет решение, когда

$$S = \sum_{j=1}^n \frac{b_j}{\beta_j} - \sum_{i=1}^m d_i \alpha_i \geq 0.$$

При $S < 0$ спрос не может быть удовлетворен. Оптимальная с точки зрения производителя ПП может быть получена введением в задачу (11) – (14) фиктивного рабочего центра

$$j = n+1: p_{i(n+1)} = 0, \beta_{n+1} = 1, b_{n+1} = -S.$$

В этом случае расширением задачи (11) – (14) будет следующая закрытая транспортная задача в матричной постановке:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n+1} p_{ij} \alpha_i y_{ij} \rightarrow \max_y, \quad (15)$$

$$(\forall i = 1, 2, \dots, n) \left(\sum_{j=1}^{n+1} y_{ij} = d_i \alpha_i \right), \quad (16)$$

$$(\forall j = 1, 2, \dots, m, m+1) \left(\sum_{i=1}^m y_{ij} = \frac{b_j}{\beta_j} \right), \quad (17)$$

$$(\forall i = 1, 2, \dots, n, \forall j = 1, 2, \dots, m+1) (y_{ij} \geq 0). \quad (18)$$

Производство фиктивного $(m+1)$ -го РЦ, т.е. $y_{i(n+1)}$, следует рассматривать как неудовлетворенную часть спроса на продукцию i -го вида, $i = 1, 2, \dots, n$.

Хотя решение задачи (15) – (18) является оптимальным для производителя, оно не является устойчивым в перспективе, т.к. будет приводить к затовариванию рынка выгодными производителю товарами и к дефициту товаров, невыгодных для производителя.

Альтернативным подходом к выбору ПП является ориентация на сохранение сложившейся структуры спроса, т.е. пропорции между величинами d_i , $i = 1, 2, \dots, n$. Поскольку удовлетворена может быть только часть спроса

$$K = \frac{\sum_{j=1}^n \frac{b_j}{\beta_j}}{\sum_{i=1}^m d_i \alpha_i},$$

то разумно ограничить спрос на i -й товар величиной $\tilde{d}_i = K \cdot d_i$. Легко проверить, что

$$\sum_{i=1}^m (\tilde{d}_i \cdot \alpha_i) = \sum_{j=1}^n \frac{b_j}{\beta_j}.$$

Следовательно, закрытая транспортная задача в матричной постановке:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_{ij} \alpha_i y_{ij} \rightarrow \max_y, \quad (19)$$

$$(\forall i = 1, 2, \dots, n) \left(\sum_{j=1}^n y_{ij} = \tilde{d}_i \alpha_i \right), \quad (20)$$

$$(\forall j = 1, 2, \dots, m) \left(\sum_{i=1}^m y_{ij} \leq \frac{b_j}{\beta_j} \right), \quad (21)$$

$$(\forall i = 1, 2, \dots, n, \forall j = 1, 2, \dots, m) (y_{ij} \geq 0) - \quad (22)$$

даст оптимальную ПП, в которой для каждого товара невыполненной будет $(1-K)$ -я часть спроса.

Решить представленную транспортную задачу в матричной постановке можно применяя метод потенциалов, алгоритм беспорядка, прямой или двойственный симплекс-метод. Начало современного математического обеспечения решения задач об оптимальном потоке, транспортных задач относится к 70-м гг. Сравнение алгоритмов решения данных задач, опыт эксплуатации и вычислительные эксперименты показали, что прямой симплекс-метод значительно превосходит остальные известные методы [6, с. 76–80].

Применение эффективных потоковых алгоритмов позволяет эффективно решать проблему построения оптимальных ПП для случаев, когда

$$\lambda_{ij} = \alpha_i \beta_j, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m.$$

В следующем разделе предложена методика определения объемно-календарных нормативов

$\alpha_i, i = 1, 2, \dots, n, \beta_j, j = 1, 2, \dots, m$ на новую продукцию на основе накопленной статистики $\lambda_{ij}, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m$ по освоенным изделиям.

Постановка задачи определения календарно-плановых нормативов

Основными элементами нормативно-справочной системы являются календарно-плановые нормативы. Они применяются для расчета производственной программы и финансовых показателей. Календарно-плановые нормативы – это такие показатели: норма выработки, доступность единицы производственных мощностей в период планирования, трудоемкость, производительность и т.д. Данные нормативы можно использовать при расчете плановой калькуляции, фондоотдачи, ПП.

Как правило, производство состоит из оборудования разного типа, разной производительности, но выполняющего схожие операции обработки. Одинаковое оборудование

объединяется в участки. Таким образом, имеются альтернативные участки для выполнения схожих технологических операций. Поэтому выпускаемая продукция имеет несколько альтернативных технологических маршрутов производства. Пусть $j=1, 2, \dots, n$ есть множество альтернативных маршрутов производства, переменная x_{ij} есть выпуск i -й продукции по j -му технологическому маршруту.

Технологический маршрут – это последовательность участков, на которых данная продукция должна пройти обработку. У каждого участка и РМ технологического маршрута есть норма выработки и трудоемкость. На практике норма выработки и трудоемкость определяется с помощью фотографии рабочего дня, статистики выпуска продукции данным РМ или экспертно. Перед нормированием производства новой продукции по новому технологическому маршруту целесообразно оценить норму выработки и трудоемкость аналитическим путем.

Пусть λ_{ij} , где $i=1, 2, \dots, n, j=1, 2, \dots, m$ – коэффициент трудоемкости или трудоемкость обработки изделий на k -м участке. Норма выработки равна частному от деления времени рабочей смены на трудоемкость. Коэффициент трудоемкости λ_{ij} можно поставить в зависимость от относительной трудоемкости обработки изделия по отношению к другим изделиям и производительности оборудования на k -м участке. Таким образом,

$$\lambda_{ij} = \alpha_i \cdot \frac{1}{\beta_j}, i \in I = \{1, 2, \dots, n\}, j \in J = \{1, 2, \dots, m\},$$

где α_i – относительная трудоемкость обработки i -й продукции, β_j – производительность оборудования на участке j -го технологического маршрута. Чем выше производительность j -го технологического маршрута, тем ниже его трудоемкость.

Определение показателей относительной трудоемкости продукции и производительности РМ, участков можно использовать [3, с. 5; 7, с. 216–221]:

- для аналитического расчета потенциальной трудоемкости и нормы выработки продукции на РМ участка, на которых продукция не обрабатывалась, а только предполагается обрабатываться;
- калькуляции плановой себестоимости без учета разных сдельных расценок на выпуск по альтернативным технологическим маршрутам;
- оценки потенциальной фондоотдачи от оборудования, РМ альтернативного участка для сравнительного анализа использования оборудования разного типа, альтернативных технологических маршрутов.

Чтобы определить показатели λ_{ij} , для каждой продукции и участка из альтернативных технологических маршрутов на предприятии, можно собрать необходимую статистику. Рассмотрим способ нахождения значений показателей α_i и β_j по измеренным показателям λ_{ij} . Поскольку

$$\left(\lambda_{ij} = \frac{\alpha_i}{\beta_j}\right) \Leftrightarrow (\ln \lambda_{ij} = \ln \alpha_i - \ln \beta_j) \Leftrightarrow (a_{ij} = x_i - y_j, a_{ij} = \ln \lambda_{ij}, x_i = \ln \alpha_i, y_j = \ln \beta_j),$$

то далее будем рассматривать задачу в терминах x_i, y_j , используя метод наименьших модулей:

$$\sum_{i \in I, j \in J} |x_i - y_j - a_{ij}| \longrightarrow \min_{x, y}. \quad (23)$$

Данная задача эквивалентна задаче ЛП:

$$\sum_{i, j} w_{ij} \longrightarrow \min_{x, y, w}, \quad (24)$$

$$-w_{ij} \leq x_i - y_j - a_{ij} \leq w_{ij}, w_{ij} \geq 0, i \in I, j \in J \quad (25)$$

которая в стандартной форме имеет вид

$$\sum_{i, j} w_{ij} \longrightarrow \min_{x, y, w}, \quad (26)$$

$$(\forall i \in I, j \in J) \begin{cases} x_i - y_j + w_{ij} \geq a_{ij} \\ -x_i + y_j + w_{ij} \geq -a_{ij} \\ w_{ij} \geq 0 \end{cases}. \quad (27)$$

Построим задачу, двойственную задаче (26) – (27):

$$\sum_{i \in I, j \in J} a_{ij} (f_{ij} - f_{ji}) \rightarrow \max_f, \quad (31)$$

$$(\forall i \in I) \left(\sum_{j \in J} f_{ij} - \sum_{j \in J} f_{ji} = 0 \right), \quad (32)$$

$$(\forall j \in J) \left(\sum_{i \in I} f_{ji} - \sum_{i \in I} f_{ij} = 0 \right), \quad (33)$$

$$(\forall i \in I, \forall j \in J) (f_{ij} + f_{ji} \leq 1), \quad (34)$$

$$(\forall i \in I, \forall j \in J) (f_{ij}, f_{ji} \geq 0). \quad (35)$$

Произведем в полученной задаче замену переменных:

$$g_{ij} = f_{ij} - f_{ji} + 1, \quad h_{ij} = f_{ij} + f_{ji}, \quad i \in I, j \in J.$$

После замены переменных будем иметь задачу линейного программирования транспортного типа в матричной постановке:

$$-|I| \cdot |J| + \sum_{i \in I, j \in J} a_{ij} g_{ij} \rightarrow \max_g, \quad (36)$$

$$(\forall i \in I) \left(\sum_{j \in J} g_{ij} = |J| \right), \quad (37)$$

$$(\forall j \in J) \left(-\sum_{i \in I} g_{ij} = -|I| \right), \quad (38)$$

$$(\forall i \in I, \forall j \in J) (0 \leq g_{ij} \leq 2). \quad (39)$$

Решить представленную транспортную задачу в матричной постановке можно применяя метод потенциалов [4, с. 76], который вместе с решением задачи (36) – (39) находит решение соответствующей ей двойственной задачи:

$$|J| \cdot \sum_{i \in I} r_i - |I| \cdot \sum_{j \in J} s_j + 2 \cdot \sum_{i \in I, j \in J} t_{ij} \rightarrow \min_{r, s, t}, \quad (40)$$

$$(\forall i \in I, \forall j \in J) (r_i - s_j + t_{ij} \leq a_{ij}), \quad (41)$$

$$(\forall i \in I, \forall j \in J) (0 \leq t_{ij}). \quad (42)$$

Сравнивая систему ограничений (29) с системой ограничений (40) – (42), легко заметить, что из допустимости решения (r, s, t) задачи (40) – (42) следует допустимость решения $(x=r, y=s, w=t)$, задачи (28) – (29). Более того, если (r, s, t) – оптимальное решение задачи (40) – (42), то $(x=r, y=s, w=t)$ – оптимальное решение задачи (28) – (29), т. к. двойственные им задачи (31) – (35) и (36) – (39) имеют соответствующие оптимальные решения.

Изложенное выше позволяет предложить следующий алгоритм вычисления приведенной сложности изделий и приведенной производительности оборудования:

Алгоритм А1

Вход:

I – номенклатура изделий;

J – номенклатура оборудования;

$\Lambda = \{\lambda_{ij} : i \in I, j \in J\}$: λ_{ij} – среднее время изготовления изделия i на оборудовании j .

Выход:

$\{\alpha_i : i \in I\}$, α_i – приведенная трудоемкость изготовления изделия i ;

$\{\beta_j : j \in J\}$, β_j – приведенная производительность оборудования вида j ;

Шаг 1. По матрице $\Lambda = \{\lambda_{ij} : i \in I, j \in J\}$ вычислить матрицу

$$A = \{a_{ij} = \ln \lambda_{ij} : i \in I, j \in J\}.$$

Шаг 2. Для заданных I, J, A найти оптимальные решения пары взаимодвойственных задач (36) – (39) и (40) – (42). Пусть это будут g и (r, s, t) соответственно.

Шаг 3. Для каждого $i \in I$ вычислить $\alpha_i = \exp(r_i)$.

Шаг 4. Для каждого $j \in J$ вычислить $\beta_j = \exp(s_j)$.

Шаг 5. Вернуть $\{\alpha_i : i \in I\}$ и $\{\beta_j : j \in J\}$.

Конец описания алгоритма А1

Современные КИС не содержат алгоритмов решения задач линейного программирования. Программные средства для решения задач данного типа разрабатываются и развиваются отдельно от процесса развития известных КИС. В реальности приведенные инструменты представлены программными модулями, компонентами и даже отдельными коммерческими программами. Для применения данных инструментов в составе КИС необходимо провести их интеграцию в архитектуру КИС. Для успешной интеграции программных средств они должны соответствовать общепринятым стандартам ISO/IEC 14882:2003. На данный момент одним из языков программирования, позволяющим создавать подобные средства, является C++. С помощью данного языка авторами разработан класс TRANSPORT [6, с. 76 – 99] для решения задач транспортного типа в разных постановках, который можно скомпилировать в библиотеку классов под распространенные ОС. Также разработан модуль интеграции с использованием технологий для WINDOWS, таких как COM, web-сервисы и XML [11, с. 515].

Заключение

Подводя итог изложенному, отметим, что для расчета оптимальной ПП на предприятии с дискретным механосборочным типом производства необходимы следующие данные:

- 1) список номенклатуры продукции;
- 2) средняя или минимальная цена реализации по всем заключенным договорам на период планирования;
- 3) плановая калькуляция себестоимости по каждой продукции;
- 4) план продаж на основе подтвержденных и прогнозных заказов покупателей или прогноз продаж на основе анализа рынка, скорректированного на складские остатки и страховой запас;
- 5) данные по количеству рабочих смен на период планирования по каждому РМ конкретного участка;
- 6) список однозначно используемых технологических маршрутов производства для каждой продукции на период планирования;
- 7) нормы выработки продукции по каждому РМ на рабочую смену из используемых технологических маршрутов производства.

Второй и третий пункты необходимы для определения целевой функции. Результат данного расчета станет массивом показателей p_{ij} маржинальной прибыли в целевой функции.

Четвертый пункт определяет ограничение по спросу. Плановое значение продаж в разрезе номенклатуры продукции есть показатель d_i . Ограничения по производственным мощностям определяют данные из 5 – 7 пунктов. Количество рабочих смен по всем рабочим местам участка определяет показатель b_j . Показатель λ_{ij} является коэффициентом трудоемкости конкретного участка. Показатели b_j и λ_{ij} , умноженные на продолжительность смены, есть фонд времени и показатель трудоемкости обработки на участке соответственно.

Имея эти данные и применяя предложенный в работе алгоритм А1, можно последовательно найти объемно-календарные нормативы:

$$\alpha_i, i = 1, 2, \dots, n, \quad \beta_j, j = 1, 2, \dots, m,$$

затем найти решения задач (15) – (20) или (19) – (22), после чего рассчитать оптимальную ПП.

Использование разработанных авторами программных средств [6, с. 76–99; 10, с. 515–519] позволяет эффективно решать все рассмотренные в данной работе задачи.

Список литературы

1. Бифл С., Боум Б., Эрдогмус Х. Программная инженерия основанная на показателях. Шпрингер, 2005. 388 с.
2. Дождилов С.В., Прохоров И.В.. Техничко-экономический подход к выбору вариантов реинжиниринга информационных систем // Экономика атомной отрасли. 2006. № 3. С. 109-115.
3. Костюков В.Д., Островерх А.И. Контрольные показатели бизнес-процессов машиностроительного предприятия // Системы проектирования, технологической подготовки производства и управления этапами жизненного цикла промышленного продукта (CAD/CAM/PDM–2007): матер. 7-й Междунар. конференции / под ред. Е.И. Артамонова. М.: Ин-т проблем управления РАН, 2007. С.173-177.
4. Куприянов Ю.В., Галдин М.А. Как оптимизировать производственный план // Финансовый директор. 2006. № 5. С. 10-14.
5. Ли Л., Лью С., Разжинский А., Парк С. О задаче интегрированного производства, инвентаризации и распределения маршрутов // Ведомости института инженеров индустрии. 2006. Вып. 38(11). С. 955-970.
6. Панюков А.В., Телегин В.А. Техника программной реализации потоковых алгоритмов // Вестник ЮУрГУ. Сер. Математическое моделирование и программирование. 2008. Вып. 1, № 15(115). С. 76 – 99.

7. *Панюков А. В.*, Телегин В. А. Оценка сложности изделий и производительности рабочих мест // Эффективная логистика: сб. статей участников IV Всерос. науч.-практ. конференции с международным участием (3 декабря 2010 г.) / отв. ред. А.Г. Бутрин. Челябинск: Изд. центр ЮУрГУ. 210. 324 с.

8. *Панюков А.В.*, Телегин В.А. Линейная задача распределения объемов производства по технологическим маршрутам // Матер. Рос. конференции «Дискретная оптимизация и исследование операций» (Алтай, 27 июня – 3 июля 2010. Новосибирск: Изд-во Ин-та математики СО РАН, 2010. 214 с.

9. *Панюков А.В.*, Телегин В.А. Применение потокового программирования в задачах проектирования нормативно-справочных баз // VI Междунар. науч.-метод. конференция «Совершенствование подготовки ИТ-специалистов по направлению «Прикладная информатика» для инновационной экономики». М.: МЭСИ, 2010. С. 102 – 109.

10. *Телегин В.А.* Оптимизация производственной программы предприятий с дискретным мехообработывающим типом производства //

Совершенствование стратегического управления корпоративными образованиями и региональная промышленная политика перехода к новой инновационной экономике: матер. Междунар. науч.-практ. конференции (Пермь, 11 ноября 2010 г.): в 2 т. / Перм. гос. ун-т. Пермь, 2010. Т. 1. С. 158 – 163.

11. *Телегин В.А.*, Латипова А.Т. Интеграция пакетов оптимизации в систему «1С: Предприятие 8» // Новые информационные технологии в образовании: Развитие инновационных образовательных учреждений с использованием технологий «1С»: сб. науч. трудов 11-й Междунар. науч.-практ. конференции (1-2 февраля 2011г.) М.: ООО «1С-Паблишинг», 2011. Ч. 1. С. 515-519.

12. *Чандра П.*, Фишер М.Л. Согласование планов производства и распределения // Европейский журнал исследования операций. 1994. Вып. 72(3). С. 503–517.