

УДК 338.22:338.242:330.4

## МЕТОДИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ПОСТРОЕНИЮ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ НА ОСНОВЕ ПАНЕЛЬНЫХ ДАННЫХ ПО МАЛОМУ ПРЕДПРИНИМАТЕЛЬСТВУ

**Ю.С. Пиньковецкая, к. экон. наук, ассист. кафедры экономико-математических методов и информационных технологий**

Электронный адрес: [judy54@yandex.ru](mailto:judy54@yandex.ru)

Ульяновский государственный университет, 432000, г. Ульяновск, ул. Гончарова, 9

В статье приведены методика и результаты разработки производственных функций, основанных на анализе пространственных и временных статистических данных, характеризующих деятельность совокупности малых предприятий по всем регионам Российской Федерации. Представлены производственные функции трех модельных спецификаций и итоги оценки их качества по общепринятым критериям и тестам. Рассмотрены основные свойства полученных функций.

*Ключевые слова: производственная функция; малые предприятия; панельные данные; оборот; инвестиции; заработная плата; пространственные данные.*

Во второй половине XX века наряду с рассмотрением временных и пространственных данных в эконометрике начали использоваться пространственные данные за ряд лет. Такой методический подход получил название панельных данных. Анализ панельных данных нашел отражение в работах таких ученых, как Б. Балтаги, К. Баум, М. Нерлове, Б. Хоноре, Ч. Хсиао [20; 21; 26; 27; 31]. Панельные данные сочетают в себе как данные пространственного типа, так и данные временных рядов, что позволяет разрабатывать более гибкие содержательные модели.

В настоящей статье рассматривается возможность использования панельных данных при построении производственных функций, описывающих совокупность малых предприятий. Ввиду возрастания роли малых предприятий в экономике страны исследования закономерностей и тенденций их развития являются одним из основных направлений современной экономической науки. Анализ деятельности малых предприятий может основываться на разработке производственных функций, которые, как показывает накопленный опыт [1; 3; 4; 23; 30], позволяют моделировать производственные процессы для разнообразных сложных структур и систем, от отдельных предприятий и организаций до регионов, отраслей и экономики страны в целом. Производственные функции являются экономико-математическими моделями, которые количественно описывают существующие устойчивые зависимости между ресурсами и объемами производства.

Методика исследований включала следующие этапы:

- выбор и обоснование показателей функции;
- определение информационной базы для построения функции;
- сбор и первичную обработку исходных данных;
- выбор вида зависимости между показателями в функции;
- определение возможных методов построения функции;
- определение используемых программных средств;
- проведение вычислительных экспериментов;
- логический и математический анализ качества полученных функций;
- выбор моделей наилучшим образом аппроксимирующих исходные данные.

В предыдущих работах автора [12; 13] рассматривались производственные функции, основанные на пространственных данных. При этом было показано, что наилучшим образом аппроксимирует исходные данные двухфакторная функция, аналогичная функции Кобба-Дугласа и отличающаяся от нее набором факторов. Эта производственная функция описывает зависимость оборота малых предприятий [16] от инвестиций в основной капитал и заработной платы работников по всем субъектам (республикам, краям, областям) Российской Федерации. Аналогичный подход предлагается использовать при анализе панельных данных. При этом учитывается, что другие типы

производственных функций (Реванкара, постоянной эластичности замещения) накладывают ограничения на сумму степеней при факторах и, соответственно, исключают возможность оценки эффекта масштаба.

Использование панельных данных предусматривает формирование массивов информации по каждому из субъектов страны за ряд лет с последующим объединением их в общую информационную базу. Учитывая, что критерии отнесения к малым предприятиям были установлены в 2007 г. в Федеральном законе «О развитии малого и среднего предпринимательства в Российской Федерации» [11], представляется возможным использование данных, характеризующих совокупности малых предприятий в субъектах за 2007-2009 гг. Использование данных за более ранний период представляется не целесообразным ввиду их несопоставимости. В качестве исходных данных использовались статистические сборники Федеральной службы государственной статистики [8; 9; 10; 14; 15]. В процессе исследований рассматривались совокупности малых предприятий по всем 78 субъектам страны. Для исключения повторного счета не включались статистические данные по автономным округам и автономной области. Как указывалось выше, применялись исходные данные за три года.

Построение производственных функций основывалось на использовании регрессионного анализа [4; 6]. При этом, учитывая, что функция Кобба-Дугласа относится к степенным зависимостям, предварительно проводилась линеаризация. Учитывая особенности анализа панельных данных при построении моделей, использовались методические подходы, изложенные в работах [13; 19; 28; 29].

Как показала практика, для анализа панельных данных может быть использована компьютерная программа StataSE 10 [5; 7; 21; 24]. Эта программа была использована в про-

цессе исследований наряду с такими программами, как Microsoft Excel, Mathcad.

Были построены три производственные функции, соответствующие трем основным модельным спецификациям, характерным для анализа панельных данных.

Первая из функций соответствует усредненным во времени значениям факторов. Ее называют моделью «between model» или кратко ВЕ. Соответствующая функция, построенная по данным совокупности малых предприятий всех субъектов страны за 2007-2009 гг., имеет вид

$$Y_{BE}(x_1, x_2) = 7,257 \times x_1^{0,140} \times x_2^{0,956}, \quad (1)$$

где  $Y$  - оборот совокупности малых предприятий, млрд руб.;

$x_1$  - инвестиции в основной капитал совокупности малых предприятий, млрд. руб.;

$x_2$  - заработная плата работников совокупности малых предприятий, млрд руб.

Вторая производственная функция представляет собой модель с фиксированными эффектами. В английском языке она называется «fixed effects model» или кратко-ФЕ. Производственная функция, соответствующая этой модельной спецификации, приведена ниже:

$$Y_{FE}(x_1, x_2) = 8,732 \times x_1^{0,098} \times x_2^{0,894}. \quad (2)$$

Третья производственная функция представляет собой модель со случайными эффектами. Ее называют «random effects model» или кратко-РЕ. Функция, соответствующая этой модели, имеет следующий вид:

$$Y_{RE}(x_1, x_2) = 7,965 \times x_1^{0,099} \times x_2^{0,931}. \quad (3)$$

Условные обозначения в функциях (2), (3) аналогичны приведенным для функции (1).

Итоги проверки качества функций по принятым критериям приведены в таблице.

**Итоги проверки качества производственных функций**

Номер функции	Коэффициент детерминации	Коэффициент корреляции	Расчетные значения критерия Фишера-Снедекора	Расчетные значения стандартной ошибки	Расчетные значения критерия Стьюдента	
					$x_1$	$x_2$
(1)	0,904	0,951	574,24	0,28	3,04	20,89
(2)	0,904	0,951	707,19	0,29	3,23	21,65
(3)	0,904	0,951	2513,95	0,25	3,97	30,42

Сравнение полученных расчетных значений с величиной критериев, которые приведены в соответствующих таблицах [6], показало, что все три производственные функции обладают высоким качеством. Так, коэффициенты детерминации и корреляции близки к единице. Расчетные значения намного больше таб-

личной величины критерия Фишера-Снедекора, равной 3,15. Отметим, что проведенная проверка показала отсутствие автокорреляции и мультиколлинеарности для всех функций. Расчетные значения стандартной ошибки по всем трем функциям малы.

Точность оценки коэффициентов производственных функций (1), (2), (3), как и точность самих моделей, проверялась с использованием критерия Стьюдента при уровне значимости, равном 0,05. При этом все полученные расчетные значения превышали табличное значение критерия, равное 1,99.

Поскольку, как было показано выше, все три построенные производственные функции обладают высоким качеством, для решения проблемы, какую из этих моделей лучше использовать в дальнейших исследованиях, можно воспользоваться рядом тестов. Определение функции наиболее адекватной исходным данным может основываться на попарном сравнении полученных зависимостей. Для этого, исходя из накопленного к настоящему времени практического опыта, наиболее приемлемы тесты Хаусмана, Бреуша и Пагана [22; 25]. Сопоставление функций с использованием указанных тестов показало, что более высоким качеством обладают две модельные спецификации (1) и (3). Производственная функция (2) несколько уступает этим двум функциям. Такой же вывод можно сделать на основании логического анализа, поскольку модель с фиксированными эффектами по определению рассматривает каждую из экономических единиц в качестве некой уникальной величины. Методика пространственного подхода рассматривает совокупности малых предприятий в субъектах страны в качестве достаточно однотипных элементов.

Сравнение производственных функций (1) и (3) показало, что по всем рассмотренным критериям и тестам они обладают высоким качеством. Более того, значения коэффициентов и степеней в этих функциях различаются не очень сильно. Так, коэффициенты уравнений отличаются менее чем на 10 процентов ( $7,965/7,257=1,098$ ). Значения степеней при втором факторе (оказывающем большее влияние) отличается на 3 процента, а при первом факторе не превышает 30 процентов.

Интересно отметить, что объединенная производственная функция, включающая исходные данные без их разделения по конкретным годам, называемая иногда сквозной регрессией, также во многом схожа с функцией (1). Однако в ней не учитываются временные составляющие (т.е. изменения, обусловленные разными периодами времени) и случайные эффекты. Объединенная производственная функция, построенная без разделения по годам для совокупностей малых предприятий всех субъектов страны, приведена ниже:

$$Y_{OB}(x_1, x_2) = 7,478 \times x_1^{0,117} \times x_2^{0,951}, \quad (4)$$

где  $Y$  - оборот совокупности малых предприятий, млрд руб.;

$x_1$  - инвестиции в основной капитал совокупности малых предприятий, млрд руб.;

$x_2$  - заработная плата работников совокупности малых предприятий, млрд руб.

Функция (4), как показала проверка, также обладает высоким качеством.

Таким образом, проведенные исследования показали возможность построения производственных функций с использованием панельных данных. При этом полученные функции основываются на двумерных массивах статистических данных, одна из размерностей которых имеет пространственную, а другая временную интерпретацию. По сравнению с построением аналогичных моделей за один конкретный период (год) рассмотренный в статье подход обеспечивает ряд существенных преимуществ:

- функция строится на большем количестве наблюдений;
- повышается эффективность оценок;
- исключаются недостатки, характерные как для пространственных, так и для временных регрессионных моделей;
- появляется возможность определить изменение рассматриваемых факторов во времени.

На основе производственных функций (1) и (3) были получены зависимости, отражающие взаимосвязь инвестиций в основной капитал и заработной платы работников (изокосты, изокванты). Анализ производственных функций и зависимостей, полученных с их использованием, позволил установить ряд закономерностей и тенденций, характерных для деятельности малых предприятий.

Значения степеней при обоих факторах в функциях (1) и (3) положительны, и, следовательно, с ростом значений каждого из двух факторов оборот малых предприятий увеличивается. Причем на рассматриваемом диапазоне значений факторов функции не достигают своего максимума. Это подтверждается также тем, что значения предельной отдачи по обоим факторам для всех функций положительны на рассматриваемых диапазонах изменения значений факторов. Из этого может быть сделан вывод о том, что насыщение малыми предприятиями как субъектов Российской Федерации, так и страны в целом явно не достаточно.

Существенно, что для функций (1) и (3) суммы значений степеней факторов производственных функций больше единицы и составляют соответственно для функции (1) – 1,096, а для функции (3) – 1,030. Это свидетельствует о возрастающей отдаче от масштаба, т.е. при одновременном увеличении факторов рост оборота идет быстрее, чем рост каждого из факторов. Так, для функции (1) при росте первого и второ-

го факторов на 10% оборот малых предприятий возрастет на 11%, а для функции (3) соответственно рост составит 10,3%.

В целом, эффективность инвестиций в основной капитал и мероприятий, связанных с увеличением величины заработной платы работников малых предприятий, достаточно высока [18]. При этом наилучшее соотношение факторов производственной функции достигается при одновременном и равном процентном их увеличении.

Перекрытые производные производственных функций по каждому из двух факторов положительны для любых значений диапазона изменения факторов. Это показывает, что увеличение одного из факторов улучшает условия использования другого фактора. Так, рост заработной платы работников улучшает отдачу от инвестиций. И наоборот, увеличение инвестиций повышает уровень использования заработной платы.

Эластичность оборота по инвестициям в основной капитал меньше эластичности оборота по заработной плате, что свидетельствует о том, что для рассматриваемых производственных функций характерен фондосберегающий (экс-тенсивный) рост оборота малого предпринимательства в субъектах.

Предельная отдача каждого из факторов меньше средней отдачи этого фактора на всем диапазоне данных. Такое соотношение средней и предельной отдачи характерно для второй стадии производства по предложенной Д. Хайманом классификации [17]. Эта стадия характеризуется наиболее сбалансированным соотношением факторов производственной функции. Как указывает Д. Хайман, «только на ней не наблюдается избытка эффективно используемых факторов».

Вторые производные всех изоквант положительные, следовательно, выпуклые к началу координат. При этом уровень их выпуклости уменьшается при росте оборота совокупности малых предприятий, что свидетельствует, по мнению Х. Вэриана и А.Г. Гранберга [2; 3], об увеличении эластичности замены факторов: с ростом оборота малых предприятий возрастают возможности замены одного фактора другим.

Полученные производственные функции могут быть использованы для подготовки научно обоснованных рекомендаций по широкому кругу проблем, связанных с анализом уровня, достигнутого малым предпринимательством в конкретных регионах и Российской Федерации в целом, а также для подготовки предложений по совершенствованию этой сферы экономики и формированию перспективных планов и прогнозов ее развития.

### Список литературы

1. Бессонов В.А., Цухло С.В. Проблемы построения производственных функций в российской переходной экономике // Анализ динамики рос. переходной экономики. М.: Ин-т экономики переходного периода, 2002. С. 5-89.
2. Вэриан Х. Микроэкономика. Промежуточный уровень. Современный подход. М.: ЮНИТИ, 1997. 767 с.
3. Гранберг А.Г. Моделирование социалистической экономики. М.: Экономика, 1988. 487 с.
4. Клейнер Г.Б. Производственные функции: теория, методы, применение. М.: Финансы и статистика, 1986. 239 с.
5. Колеников С.О. Прикладной эконометрический анализ в статистическом пакете Stata. М.: Рос. экон. школа, 2000. 111 с.
6. Кремер Н.Ш., Путько Б.А. Эконометрика. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002. 311 с.
7. Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. Эконометрика. Начальный курс. М.: Дело, 2004. 576 с.
8. Малое предпринимательство в России. 2008: стат. сб. М.: Росстат, 2008. 164 с.
9. Малое и среднее предпринимательство в России. 2009: стат. сб. М.: Росстат, 2009. 151 с.
10. Малое и среднее предпринимательство в России. 2010: стат. сб. М.: Росстат, 2010. 172 с.
11. О развитии малого и среднего предпринимательства в Российской Федерации: Федер. закон от 24 июля 2007 г. № 209-ФЗ. Доступ из справ.-правовой системы «КонсультантПлюс».
12. Пиньковецкая Ю.С. Малые предприятия России: закономерности, классификация и направления повышения эффективности. Saarbrücken (Germany): LAP Lambert Academic Publishing, 2011. 204 с.
13. Пиньковецкая Ю.С. Производственная функция для решения задач управления малым бизнесом в регионах Российской Федерации // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 21: Управление (государство и общество). 2010. № 1. С. 79-88.
14. Ратникова Т.А. Введение в эконометрический анализ панельных данных // Экон. журн. ВШЭ. 2006. Т. 10, № 3. С. 492-519.
15. Федеральная служба государственной статистики: [официальный сайт]. URL: <http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat/rosstat/site/main/> (дата обращения: 10.01.2012).
16. Федеральная служба государственной статистики. Малое и среднее предпринимательство в России. 2010: методол. пояснения. URL: [http://www.gks.ru/bgd/regl/b10\\_47/IssWWW.exe/Stg/metod.htm](http://www.gks.ru/bgd/regl/b10_47/IssWWW.exe/Stg/metod.htm) (дата обращения: 10.01.2012).

17. Хайман Д.Н. Современная микроэкономика: анализ и применение. М.: Финансы и статистика, 1992. 384 с.
18. Шешукова Т.Г., Красильников Д.Г. История и перспективы развития управленческого учета на предприятии Вестник Пермского университета. Сер. Экономика. 2010. Вып. 4(7). С. 20-27.
19. Arellano M. Panel Data Econometrics. Oxford: Oxford University Press, 2003. 248 p.
20. Baltagi B. Econometric analysis of panel data. England (West Sussex): John Wiley & Sons, 2005. 302 p.
21. Baum C. An Introduction to Modern Econometrics Using Stata. College Station, TX: Stata Press, 2006. 341 p.
22. Breusch T., Pagan A. A Simple Test for Heteroscedasticity and Random Coefficients Variation // *Econometrica*. 1979. Vol. 47. P. 1287-1294.
23. Cobb C.W., Douglas P.H. Theory of Production // *American Economic Review*, Supplement, 18, March 1928. P. 139-165.
24. Hamilton L. Statistics with Stata: Updated for Version 9. Belmont: Thomson Higher Education, 2006. 409 p.
25. Hausman J. Specification Tests in Econometrics // *Econometrica*. 1978. Vol. 46. P. 1251-1271.
26. Honore B. Nonlinear models with panel data. Department of Economics. The institute for fiscal studies. Princeton University. Cemmap (centre for microdata methods and practice) Working paper CWP 13/02. 2002. 21 p. URL: <http://people.stern.nyu.edu/wgreene/Econometrics/PanelDataOutline.htm> (дата обращения: 15.03.12).
27. Hsiao C. Analysis of Panel Data. Cambridge: Cambridge University Press, 2003. 366 p.
28. Kyriazidou E. Estimation of a Panel Data Sample Selection Model // *Econometrica*. 1997. Vol. 65. P. 1335-1364.
29. Mairesse J., Jaumandreu J. Panel-data Estimates of the Production Function and the Revenue Function: What Difference Does It Make? // *The Scandinavian Journal of Economics*. 2005. Vol. 107. P. 651-672.
30. Mishra S.K. A Brief History of Production Functions // Working Paper Series Social Science Research Network. Department of Economics. North-Eastern Hill University. Shillong (India). 2007. SSRN. URL: [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=1020577](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1020577) (дата обращения: 30.12.2011).
31. Nerlove M. Essays in Panel Data Econometrics. Cambridge: Cambridge University Press, 2002. 382 p.